Apuntes de Instrumentación Electrónica

Fórmulas para transductores y errores en las medidas

Miguel Colom Barco

Índice

Capítulo 1

Sobre este manual

Este manual es *libre*, es decir, que puede ser distribuido y copiado tantas veces como se quiera, siempre que no se obtenga un beneficio económico por ello.

Para cualquier otro supuesto, queda prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio, ya sea impreso, electrónico o de cualquier tipo, excepto previa autorización.

El autor no se hace en ningún caso responsable de los errores o inexactitudes que puedan existir en el documento, ni tampoco lo es de futuras mejoras y modificaciones que se le puedan hacer a posteriori.

Capítulo 2

Introducción

Esto que estás leyendo es una recopilación de apuntes y técnicas que creo que son útiles para la asignatura de Instrumentació Electrònica de Tercero de Telemática, en la Universitat de les Illes Balears.

Básicamente toda la teoría que puedes encontrar aquí ha sido obtenida de los apuntes tomados en clase, a excepción de algunos temas que he completado por mí mismo, como por ejemplo la demostración de por qué queda linealizada la NTC al colocar una resistencia en serie, o algunas explicaciones sobre el funcionamiento del puente de Wheatstone, por ejemplo.

Por supuesto, estos NO son los apuntes oficiales de la asignatura, y por lo tanto están sujetos a errores, pero también están abiertos a mejoras y a ser completados con toda clase de técnicas o comentarios que puedan ser útiles, y que queráis aportar.

Para cualquier correción, duda, mejora en el documento, etc., me podéis mandar un email a la dirección `miguelco@arrakis.es`

Espero que os sea de utilidad ;)

Miguel

http://www.terra.es/personal7/miguel.colom

La posibilidad de destruir un planeta
es algo INSIGNIFICANTE comparado con
el poder de la FUERZA

(Darth Vader dixit)

Capítulo 3

Transductores

3.0.1. Resistance Temperature Detector (RTD)

Este tipo de sensores se basan en una propiedad de algunos metales, que hace que su resistencia varíe en función de la temperatura a la cual se ven sometidos. Muchas veces, esta variación es lineal.

Los metales que se suelen utilizan son el Pt (platino), y el Ni (níquel).

La resistencia de la RTD se caracteriza como:

$$R = R_0(1 + \alpha \Delta T)$$

$$\Delta T = (T - T_0) = (T - 273)$$

$$R = R_0(1 + \alpha\,(T - 273)) = R_0(1 + \alpha\,(T - T_0))$$

T es la temperatura a la que está la RTD, y se expresa en grados Kelvin.

Cuando $T = 273K$ (0C), entonces tenemos que $R = R_0$, por lo que R_0 es la resistencia a cero grados centígrados.

La ***sensibilidad*** (S) es la pendiente de la curva de calibración.

$R(T) = R_0(1 + \alpha(T - T_0)) = R_0 + R_0\alpha(T - T_0) = R_0 + R_0\alpha T - R_0\alpha T_0$

$\frac{dR(T)}{dT} = R_0\alpha$

En concreto para la RTD no utilizamos este resultado, sino $S = \frac{\frac{dR(T)}{dT}}{R_0} = \alpha$

El parámetro α es el *coeficiente de temperatura*.

3.0.2. Termistor (NTC o PTC)

El termistor también varía su resistencia eléctrica en función de la temperatura, como la RTD, pero con la diferencia de que esta variación no es lineal, sino exponencial.
Cuando la variación de resistencia es inversa a la de temperatura, el termistor es del tipo **NTC** (*negative temperature coefficient*), mientras que si esta variación es directa, entonces es del tipo **PTC** (*positive temperature coefficient*).

Su resistencia se define como:

$$R = R_0 e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$$

Otra diferencia es que T_0 no es la temperatura a cero grados centígrados, sino que es la temperatura ambiente expresada en grados Kelvin : $T_0 = 25C = 273 + 25 = 298K$.

Cuando $T = 298K$ (25C), entonces tenemos que $R = R_0$, por lo que R_0 es la resistencia a temperatura ambiente (25C).

En concreto para el termistor no utilizamos la definición habitual de sensibilidad, sino que utilizamos:

$$S = \frac{\frac{dR(T)}{dT}}{R(T)} = \frac{-B}{T^2}$$

Linealización del termistor mediante resistencia en paralelo

Se puede aumentar la linealidad de un termistor añadiendo una resistencia en paralelo de valor R. La resistencia resultante R_p presenta una linealidad mayor y una menor dependencia con la temperatura, es decir, una menor sensibilidad.

$$R_p = \frac{RR_T}{R + R_T}$$

(resistencia equivalente)

La variación de R_p (la resistencia equivalente), la podemos expresar como la derivada de R_p respecto de la temperatura T, y por lo tanto:

$$\frac{dR_p}{dT} = \frac{R^2}{(R + R_T)^2} \frac{dR_T}{dT}$$

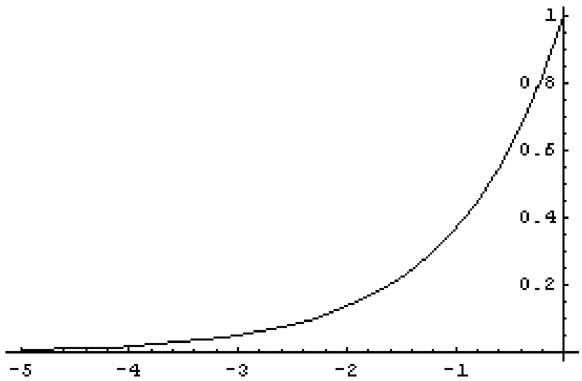

Figura 3.1: Función e^x cuando $-5 \leq x \leq 0$.

Como podemos ver, la variación respecto de la temperatura de la resistencia equivalente es menor que la resistencia del termistor sin linealizar, dado que el factor $\frac{R^2}{(R+R_T)^2}$ es siempre menor que 1, y por lo tanto, la resistencia equivalente R_p es más lineal respecto de la temperatura.

Ganamos en linealidad, pero a costa de reducir la sensibilidad.

Linealización del termistor mediante divisor de tensión

En este caso el circuito que utilizamos consiste en una fuente de tensión V conectada a nuestra NTC, que queda entre la fuente y la otra resistencia R. La tensión de salida V_s la medimos precisamente en la resistencia R.

$$R(T) = R_0 e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} = R_0 f(T)$$

Para abreviar llamamos $f(T)$ a la exponencial.

Al ser un divisor de tensión tenemos que:

$$V_s = \frac{R}{R_0 f(T) + R} V = \frac{1}{\frac{R_0}{R} f(T) + R} V = \frac{1}{k f(T) + R} V$$

Definimos k como $\frac{R_0}{R}$, y será el parámetro que nos modelará la forma de la curva linealizada.

En la Figura (3.1) podemos ver la forma de la curva e^x, cuando $-5 \leq x \leq 0$.

Cuando k es 1, entonces tenemos que la forma de la gráfica cambia, y es como si la estuviéramos mirando en un espejo, pero más achatada, como podemos ver en la Figura (3.2).

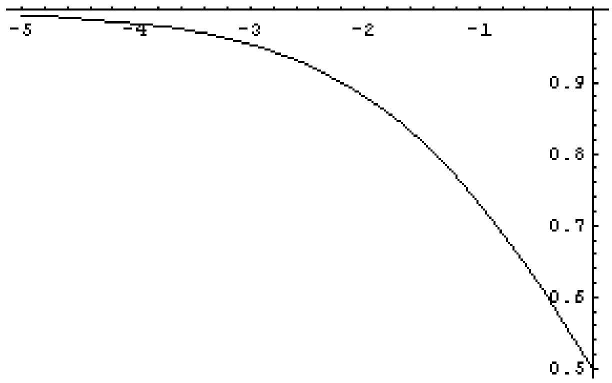

Figura 3.2: Gráfica de V_s cuando $k = 1$.

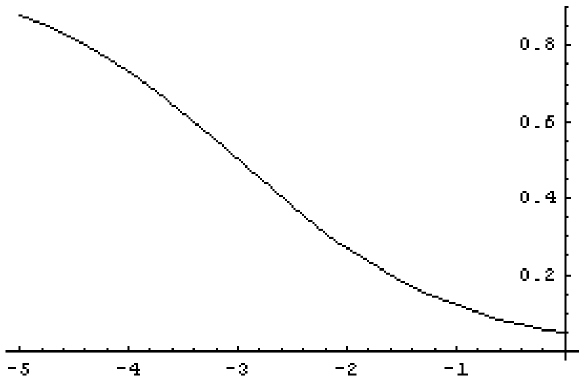

Figura 3.3: Gráfica de V_s cuando $k = 20$.

A medida que vamos aumentando k, la función $V_s(T)$ deja de estar tan curvada, y se va linealizando, y en concreto, para $k = 20$, tenemos el resultados que podemos ver en la Figura (3.3). Se puede observar que hemos ganado en linealidad, pero al mismo tiempo se ha perdido sensibilidad.

Tenemos que:

$$V_s = \frac{1}{kf(T)+R}V = F(T)V$$

Para abreviar llamamos $F(T)$ a $\frac{1}{kf(T)+R}$, que es precisamente la sensibilidad del sistema.

Normalmente fijaremos F(T) de manera que $0 \leq F(T) \leq 1$.

Fijamos k en función del intervalo de temperaturas en el cual queremos que nuestro sistema sea lineal.

3.0.3. Light Dependent Resistor (LDR)

La LDR, también conocida como fotoresistencia o fotoconductor, es un sensor cuya resistencia eléctrica varía en función de la intensidad de luz que recibe.
El funcionamiento de este semiconductor se basa en que al incidir fotones sobre el dispositivo, entonces el semiconductor los absorbe en forma de energía, de manera que los electrones de la banda de valencia saltan a la de conducción, siempre que la luz incidente tenga la suficiente frecuencia, o en otras palabras, la suficiente energía.
El resultado es, por lo tanto, la disminución de la resistencia eléctrica del dispositivo, dado que el electrón libre (y el hueco asociado) se genera en la banda de conducción.

Podemos dividir las fotoresistencias en dos tipos, que son los dispositivos *intrínsecos*, y los *extrínsecos.*
En el caso de los intrínsecos, los únicos electrones que tienen la capacidad de saltar a la banda de conducción están situados en la banda de valencia, y necesitan una elevada energía para pasar a la banda de conducción.
Los extrínsecos se dopan con impurezas, por lo que los electrones adquieren una energía inicial mayor que en el caso intrínseco, y por lo tanto, es necesaria una energía (frecuencia, intensidad) menor para pasar a la banda de conducción.

La resistencia de la LDR se caracteriza como:

$$R = AE^{-\alpha}$$

- E : Resistencia de la LDR.
- A , α : Dependen del semiconductor utilizado.
- E : Densidad superficial de energía recibida.

3.0.4. Galgas extensométricas

Sirven para medir la presión o el esfuerzo aplicado, y se basan en que al someter la galga a presión se produce en ella una variación de su longitud y el diámetro de su sección, y por lo tanto, varía su resistencia eléctrica.

$$R = R_0 + \Delta R = R_0(1 + x)$$

R_0 es la resistencia a 25C = 298K.

Para que se produzca linealidad se ha de cumplir que $x \ll k + 1$.

$$k \doteq \frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_0}$$

(La relación entre la resistencia "de arriba", y la "de abajo").

Para la sensibilidad, se utiliza una definición propia : $S = \frac{\Delta V_s}{\Delta R_3}$

Otra diferencia es que T_0 no es la temperatura a cero grados centígrados, sino que es la temperatura ambiente expresada en grados Kelvin : $T_0 = 25C = 273 + 25 = 298K$.

T es la temperatura a la que está la RTD, y se expresa en grados Kelvin.

Cuando $T = 298K$ (25C), entonces tenemos que $R = R_0$, por lo que R_0 es la resistencia a temperatura ambiente (25C).

Cuando utilizamos el divisor de tensión para determinar el esfuerzo a la que está sometida la galga, para tener la máxima sensibilidad conviene tomar $R_p = R_0(1 + x_m)$, donde x_m es el valor medio con el que solemos trabajar.

Capítulo 4

Condensadores

4.1. Condensador plano

Es un dispositivo capaz de almacenar carga eléctrica, compuesto por dos placas paralelas separadas una distancia d, y entre las que se coloca un material denominada *dieléctrico*.

Se define su capacidad como la relación entre la carga que hay que almacenar en el condensador para que la diferencia de potencial entre sus dos placas sea de un voltio.

$$C = \epsilon \frac{q}{V}$$

También lo podemos definir entre la relación entre la superficie de las placas y la distancia entre ellas, multiplicado por la constante dieléctrica del material que separa las placas.

$$C = \epsilon \frac{S}{d}$$

- ϵ : constante dieléctrica (depende del material)
- S : Área de las placas
- d : distancia entre placas
- $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$
  ϵ_0 es es un parámetro fijo, y ϵ_r depende del medio (en el vacío es igual a 1)

4.2. Condensador *diferencial*

Se trata de un sensor construido a partir de dos condensadores que comparten una misma placa central, que es móvil. Es decir, son tres placas, las de los extremos fijas, y una tercera placa central, en la que se coloca un eje móvil.

Cuando este eje está en la posición central entonces $x = 0$, mientras que a medida que se va moviendo, va cambiando el valor de x, y por lo tanto, la capacidad de los dos condensadores asociados:

$$C_1 = \epsilon \frac{S}{d + x}$$

$$C_2 = \epsilon \frac{S}{d - x}$$

Capítulo 5

Errores

Se definen tres tipos de errores, que son el error absoluto, el error relativo, y el error a fondo de escala.

Error absoluto

$$\epsilon_{absoluto} = |T_{medido} - T_{real}|$$

Error relativo

$$\epsilon_{relativo} = \frac{\epsilon_{absoluto}}{T_{real}} = \frac{|T_{medido} - T_{real}|}{T_{real}}$$

Error a fondo de escala

$$\epsilon_{FS} = \frac{\epsilon_{absoluto}}{T_{max}} = \frac{|T_{medido} - T_{real}|}{T_{max}}$$

Cuando medimos una magnitud utilizando el divisor de tensión, conviene colocar una nueva resistencia R_m del mismo valor que la resistencia R_m del instrumento que utilizamos para medir.

Si la resistencia es igual que la del instrumento, y utilizamos un potenciómetro para averiguar la posición x, entonces se cancela el error relativo en torno a $x = \frac{1}{2}$.

Si queremos cancelar el error relativo para otro valor diferente de x, por ejemplo $x = \frac{1}{4}$, entonces tenemos que calcular el valor de la resistencia que hay que colocar.

Evidentemente, cuando calculamos la medida ideal (pe. $V_m ideal$), no consideramos la resistencia del instrumento que utilizamos para medir, por lo que también hay que quitar la resistencia extra que hemos puesto para cancelar el error relativo.

5.1. Puente de impedancias

Permiten, entre otras utilidades, eliminar una señal de offset superpuesta.

5.1.1. Puente de Wheatstone

Medidas por comparación

Colocamos un amperímetro entre los puntos A y B. El puente está equilibrado cuando se cumple que $V_{AB} = 0$; $i_{AB} = 0$.

Una vez que el puente ha quedado equilibrado, se procede a la comparación, es decir, medimos la resistencia del potenciómetro que hemos utilizado, y a partir de ese dato obtenemos el valor de la magnitud que intentamos medir.

Nota : Si en vez de poner directamente un amperímetro, colocamos una resistencia R_M entre A y B, entonces la mejor manera de hacer cálculos para ver el equilibrio del puente es calcular el equivalente Thévenin entre A y B.

Medidas por deflexión

Dejamos los puntos A y B en circuito abierto, y medimos la tensión $V_s = V_{BA}$ (La tensión nos queda dibujada en el circuito como $-V_s+$). El puente está bien calibrado cuando se cumple que $V_s(x = 0) = 0$. Es decir, para una entrada nula, la salida también es nula. Esto ha de calibrarse eligiendo adecuadamente el valor de las resistencias.

Normalmente el procedimiento consiste primero en elegir las resistencias del puente para que nos de una salida nula cuando la magnitud que medimos tenga valor nulo (por ejemplo $x = 0 \Rightarrow V_s = 0$ en una galga).

Cuando la magnitud que medimos deja de ser nula, entonces el puente de desequilibra y aparece una tensión entre los terminales B y A, que nos sirve para estimar el valor de la magnitud física que estamos midiendo.

Cancelación de interferencias

Podemos modelar el la magnitud interferente como el producto de la interferencia por el valor que tendría el transductor sin el efecto de esa interferencia.

Por ejemplo, en el caso de una galga sin interferencia de temperatura, el valor de resistencia es $R_0(1 + x)$, donde x es la deformación sufrida.

Si tenemos otra galga que sólo se ve afectada por la interferencia, entonces podemos modelar la resistencia de la galga como $R_0(1 + y)$.

Tenemos una galga que sólo se ve afectada por la interferencia, y otra que se ve afectada tanto por la misma interferencia, como por la deformación que queremos medir. Se trata de obtener una salida que sólo dependa de x, es decir, de la deformación.

El circuito que nos queda es un puente de impedancias con medida por deflexión, a la "izquierda" dos resistencias de valor R_0, y a la derecha, "arriba" la galga que sólo se ve interferida por la temperatura interferente : $R_0(1+y)$, y "abajo" la galga que se ve afectada tanto por la misma interferencia, como por la deformación : $R_0(1+x)(1+y)$.

Para resolverlo, basta con que nos fijemos que son dos simples divisores de tensión que generan V_a y V_b, calcular la diferencia $V_s = V_b - V_a$, y obtenemos:

$$V_s = \left(\frac{1+x}{2+x} - \frac{1}{2}\right) V$$

En general, siempre que tengamos una resistencia que depende de un parámetro A, y otra que depende del producto de AB, podemos cancelar la interferencia mediante un divisor de tensión, colocando "arriba" la resistencia de valor A, y abajo la de valor AB, y el resultado sólo dependerá de B:

$$V_s = \frac{AB}{A+AB} V = \frac{AB}{A(1+B)} V = \frac{B}{1+B} V$$

5.2. Amplificador diferencial

Como su propio nombre indica, el amplificador diferencial sirve para amplificar la diferencia de tensión $V_2 - V_1$ presente en las entradas del circuito.

En la figura (5.1) podemos ver el esquema.

Cuando el AO es ideal, y existe un apareamiento total de las resistencias, la salida de este circuito es precisamente $V_o = \frac{R_2}{R_1}(V_2 - V_1)$.

En general la salida viene dada por:

$$V_o = A_1 V_1 + A_2 V_2 = \left(\frac{A_2 - A_1}{2}\right)(V_2 - V_1) + \left(\frac{A_1 + A_2}{2}\right)(V_1 + V_2)$$

$$V_o = \frac{A_c}{2}(V_1 + V_2) + A_d(V_2 - V_1)$$

Es decir, tenemos que:

$$A_d = \frac{A_2 - A_1}{2}$$
$$A_c = A_2 + A_1$$
$$CMRR = \frac{A_d}{A_c}$$

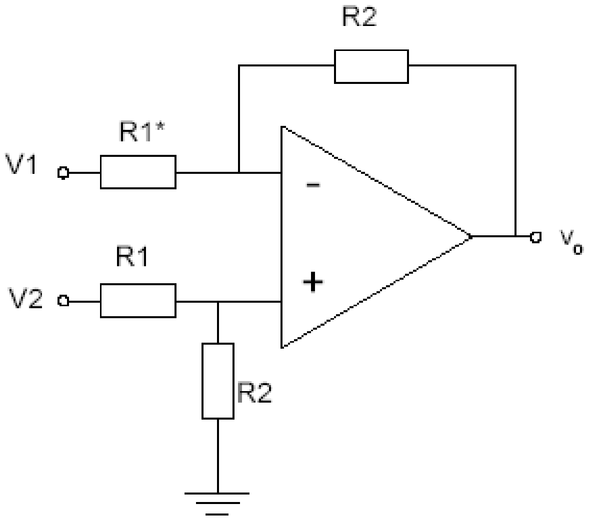

Figura 5.1: Amplificador diferencial.

La manera de hacer el cálculo es determinar una expresión de V_o de la forma $V_o = A_1V_1 + A_2V_2$, identificar A_1 y A_2, aplicar las fórmulas $A_d = \frac{A_2 - A_1}{2}$ y $A_c = A_2 + A_1$, y calcular el $CMRR = \frac{A_d}{A_c}$.

Evidentemente, nos interesa tener un CMRR alto, lo cual implica una ganancia en modo diferencial muy alta, y una ganancia en modo común muy baja.

Hasta ahora hemos considerado que el AO es ideal, aunque en la realidad esto nunca es así, y los valores típicos oscilan entre los 70 dB y los 180 dB.

Si tenemos que tener en cuenta la no-idealidad del AO, tenemos que aplicar este modelo, en el que se tienen en cuenta la ganancia en modo diferencial A_{diff}^{AO} del AO, y la ganancia el modo común A_c^{AO} del AO, como podemos ver en la Figura (5.2).

5.2.1. Máximo desapareamiento de las resistencias

Si las resistencias están desapareadas, el efecto más inmediato es una bajada del CMRR.

Si analizamos el circuito de la Figura (5.3), obtenemos que la salida es:

$$V_o = \left(1 + \frac{R_2^*}{R_1^*}\right)\left(\frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}}\right)V_2 - \frac{R_2^*}{R_1^*}V_1$$

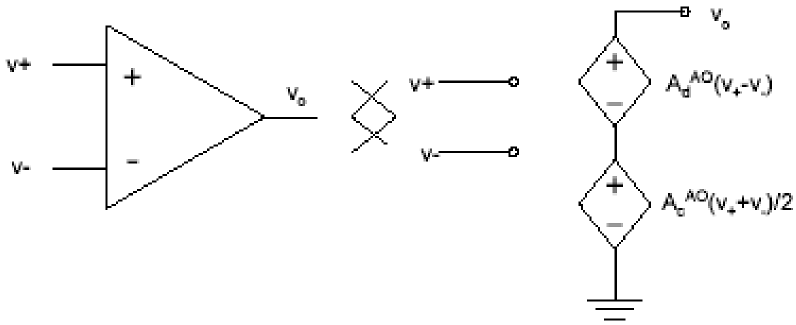

Figura 5.2: Modelo del amplificador operacional.

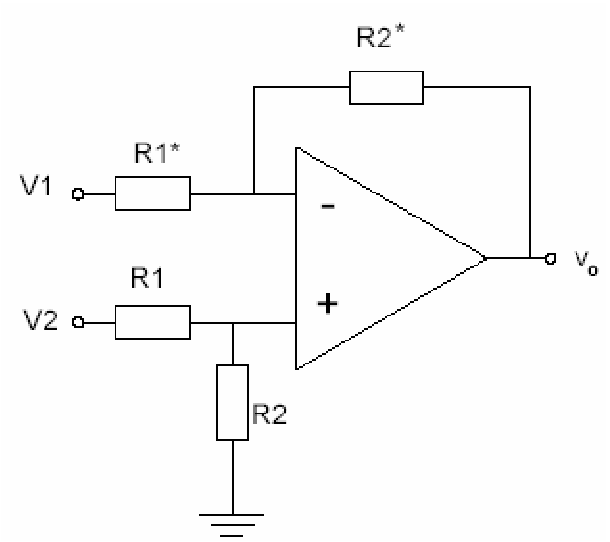

Figura 5.3: Desapareamiento de las resistencias.

Por lo tanto,

$$A_1 = -\frac{R_2^*}{R_1^*}$$

$$A_2 = \left(1 + \frac{R_2^*}{R_1^*}\right) \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Aplicando las fórmulas de la ganancia diferencial y en modo común, tenemos que:

$$A_d = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{R_2^*}{R_1^*}\right) \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{1}{2}\frac{R_2^*}{R_1^*}$$

$$A_c = \left(1 + \frac{R_2^*}{R_1^*}\right) \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_2^*}{R_1^*}$$

$$\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}}\right)$$

$CMRR \downarrow \Rightarrow A_d \downarrow, A_c \uparrow$
$A_d \downarrow \Rightarrow \frac{R_2^*}{R_1^*} \downarrow, \frac{R_1}{R_2} \uparrow, \frac{R_2^*}{R_1^*} \downarrow$
$A_c \uparrow \Rightarrow \frac{R_2^*}{R_1^*} \uparrow, \frac{R_1}{R_2} \downarrow, \frac{R_2^*}{R_1^*} \downarrow$

En el caso de la primera decisión hay una contradicción, pero como A_d tiene un factor $\frac{1}{2}$ que hace que A_c sea más influyente en la decisión, entonces tomamos $\frac{R_2^*}{R_1^*} \uparrow$.

También hay contradicción en segunda decisión. Vuelve a ser más importante la influencia de A_c, y tomamos $\frac{R_1}{R_2} \downarrow$.

No hay duda con la tercera decisión : $\frac{R_2^*}{R_1^*} \downarrow$.

Hay contradicción entre la primera y la tercera. Es más importante la tercera, porque la primera está multiplicada por un factor menor que uno, y la tercera no.

Finalmente : $\frac{R_2^*}{R_1^*} \downarrow$; $\frac{R_1}{R_2} \downarrow$.

Tomaremos $R_2^*(-)$, $R_1^*(+)$, $R_1(-)$ y $R_2(+)$.

Capítulo 6

Procedimientos y técnicas útiles para cálculos

6.1. Potenciómetro

El potenciómetro lo podemos ver como dos resistencias, una de resistencia $R_p x$ y la otra $R_p(1-x) = R_p\alpha$. Evidentemente, cuando se utiliza sólo como resistencia variable, no hace falta hacer los cálculos con $R_p x$ y $R_p(1-x)$, sino que basta utilizar una de las dos, por ejemplo, $R_p x$.

Si estamos midiendo el recorrido x del potenciómetro mediante el divisor de tensión (lo hacemos directamente, sin colocar resistencia para compensar error relativo), entonces obtenemos:

$\frac{V_m}{V} = \frac{\alpha}{1+\frac{\alpha(1-\alpha)}{k}}$, que no es lineal.

Conviene definir $k = \frac{R_m}{R_n}$, donde R_n es la del potenciómetro, y R_m la del instrumento de medida.

La forma de hacerlo lineal es suponer k muy grande, por lo que

$\frac{V_m}{V} = \frac{\alpha}{1+\frac{\alpha(1-\alpha)}{k\uparrow\uparrow}} \simeq \frac{\alpha}{1+0} = \alpha = 1-x$ (lineal).

En otras palabras, para obtener una lectura lineal conviene que el instrumento de medida utilizado tenga una impedancia mucho mayor que la resistencia total del potenciómetro.

6.2. Galgas y medidas por divisor de tensión

Se demuestra que para tener máxima sensibilidad con el divisor de tensión, el mejor valor de la resistencia R_p que colocamos en serie con $R_g = R_0(1+x)$ es precisamente R_g. Como R_g depende de la presión, tomamos la media, y por lo tanto, nos queda que $R_p = R_0(1+x_m)$, donde x_m es la media, o el valor de presión al que solemos trabajar.

El resultado de medir la tensión a partir del divisor nos debería dar :
$V_o = \frac{V}{2+x_m} + \frac{Vx}{2+x_m}$

El primer sumando es una componente de offset que se debería eliminar mediante un puente de impedancias.

6.3. Galgas y medidas por comparación

En este caso colocamos un amperímetro entre los puntos A y B del puente de Wheatstone, y equilibramos el puente.

Calculamos la tensión V_A y la tensión V_B (divisores de tensión) y tenemos que

$V_s = V_{BA} = \left(\frac{R_3}{R_2+R_3} - \frac{R_4}{R_4+R_1}\right)$

Igualamos a cero, y finalmente obtenemos que

$\frac{R_3}{R_2+R_3} = \frac{R_4}{R_4+R_1} \Rightarrow R_3 = R_4\frac{R_2}{R_1}$

R_4 es un potenciómetro que nosotros ajustamos para equilibrar el puente, mientras que R_2 y R_1 son resistencias conocidas, con lo cual conociendo qué valor de R_4 es el que ha equilibrado el puente, entonces conocemos R_3, que es la galga : $R_3 = R_0(1+x)$.

6.4. Galgas y medidas por deflexión

En este caso colocamos un voltímetro entre los puntos A y B del puente de Wheatstone, que quedan en circuito abierto.

Calculamos la tensión V_A y la tensión V_B (divisores de tensión) y tenemos que

$V_s = V_{BA} = \left(\frac{R_3}{R_2+R_3} - \frac{R_4}{R_4+R_1}\right) V$

Queremos que el puente quede equilibrado cuando $V_s(x=0) = 0$, y por lo tanto tenemos que :

$\frac{R_0}{R_2+R_0} = \frac{R_4}{R_4+R_1} \Rightarrow ... \Rightarrow R_1R_0 = R_2R_4 \Rightarrow \frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_0} \doteq k.$

Esta es la condición para que cuando en la galga se produzca $x = 0$, el puente quede equilibrado, y $V_s = 0$.

La medida por deflexión se basa en que una determinada magnitud física (en este caso, la presión a la que sometemos a la galga) desequilibra el puente, y $V_s \neq 0$, y por lo tanto podemos relacionar la tensión V_s con la variable x.

Tenemos que $V_s = V_{BA} = \left(\frac{R_3}{R_2+R_3} - \frac{R_4}{R_4+R_1}\right) V$

En este punto conviene dividir numerador y denominador por R_3 y R_4 en cada uno de los sumandos:

Tenemos que $V_s = V_{BA} = \left(\frac{1}{1+\frac{R_2}{R_3}} - \frac{1}{k+1}\right) V = ... = \frac{xk}{(k+1)(1+x+k)}$

Para conseguir **linealidad**, nos interesa eliminar la x del denominador, por lo que fijamos la condición $x \ll k + 1$:

Tenemos que $V_s = V_{BA} = \left(\frac{1}{1+\frac{R_2}{R_3}} - \frac{1}{k+1}\right) V \simeq \frac{k}{(k+1)^2} x$

Por lo tanto, la *sensibilidad* será $S = \frac{k}{(k+1)^2}$

Si queremos sensibilidad máxima, tenemos que ver para qué valor de k la sensibilidad llega a su máximo, por lo que derivamos la sensibilidad respecto de k. Para este cálculo utilizamos una fórmula diferente para la sensibilidad, que nos lleva a que $k^2 = 1 - x$.

Por una parte, tenemos que si queremos linealidad, es necesario que $x \ll k + 1$, y por otra parte, para obtener sensibilidad máxima ha de cumplirse que $k^2 = 1 - x$.

Suelen ser condiciones **divergentes**, aunque en el caso de las galgas podemos satisfacer las dos al mismo tiempo. No en el caso de una RTD, por ejemplo.

Para solucionar esta incompatibilidad, tenemos tres soluciones:

1. Considerar un rango de medidas de x pequeño.
2. Aumentar k. De esta forma aumenta la linealidad, pero al mismo tiempo disminuye la sensibilidad.
3. Utilizar la linealización analógica de puentes resistivos. Con esto conseguimos linealidad y sensibilidad a la vez.

6.5. Linealización analógica de puentes resistivos

6.5.1. Circuito linealizador I

El circuito es el de la Figura (6.1).

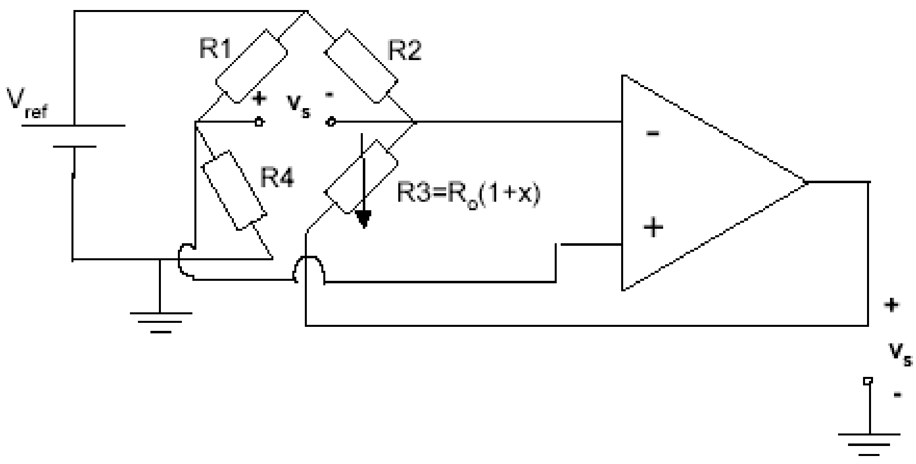

Figura 6.1: Circuito linealizador I

Para simplificar, vamos a suponer que $R_1 = R_2 = R_4 = R_0$.

La entrada v_+ está directamente conectada a un divisor de tensión, por lo que $v_+ = \frac{1}{2}V_{ref}$.

El resto del circuito consiste en la fuente de tensión V_{ref} conectada mediante R_0 a v_-, y una realimentación entre v_- y l salida V_o.

La ecuación que hay que plantear es : $\frac{V-v_-}{R_0} = \frac{V-V_o}{R_0(1+x)}$.

Teniendo en cuenta que al ser un AO ideal $v_+ = v_-$, basta sustituir el valor de $v_+ = v_-$ en la ecuación anterior, y finalmente obtenemos que $V_o = \frac{-x}{2}V_{ref}$.

6.5.2. Circuito linealizador II

El circuito es el de la Figura (6.2).

Para simplificar, vamos a suponer que $R_1 = R_2 = R_3 = R_0$.

Lo primero que tenemos que tener en cuenta es que el segundo AO está configurado como convertidor de intensidad a tensión.

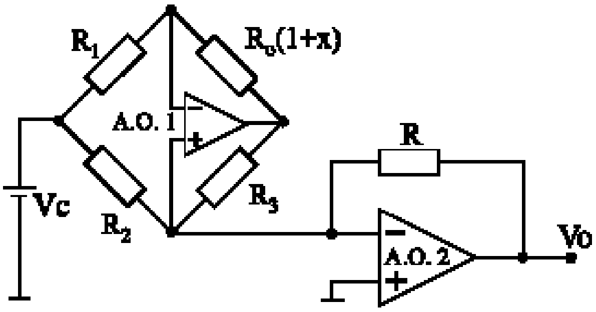

Figura 6.2: Circuito linealizador II

Su funcionamiento es simple. Como podemos observar, tiene conectada su entrada v_+ a tierra, y por lo tanto tenemos que $v_+ = v_- = 0$, y por lo tanto, cualquier intensidad que entre por v_- será como si fuera absorbida por tierra. De hecho, podemos ver la entrada v_- como si fuera la entrada de un circuito de impedancia de entrada nula, que absorbe toda la intensidad que le llega.

Al mismo tiempo que absorbe la intensidad que entra, también genera una salida V_o, que si analizamos el circuito, vemos que cumple $V_o = -Ri$.

El siguiente paso consiste en averiguar la salida del primer operacional, a la que llamaremos V_a.

El análisis es sencillo, ya que tenemos que para este AO $v_+ = 0$, y nos queda la configuración típica de un amplificador inversor.

La ecuación que hay que plantear es : $\frac{V-v_-}{R_0} = \frac{-V_a}{R_0(1+x)} \Rightarrow$
$\Rightarrow V_a = -(1+x)(V - v_-) = -(1+x)V$

Ahora ya sólo nos falta calcular cuales son las tensiones que va a absorber el convertidor.

La primera es la que genera la fuente V_c, que está conectada mediante una resistencia R_0 al convertidor, por lo que tenemos que $i_1 = \frac{V_c}{R_0}$.

La otra es la que genera la tensión V_a que hemos calculado antes, y su corriente asociada es $i_2 = \frac{V_a}{R_0}$.

La intensidad total es $i = i_1 + i_2 = \frac{V}{R_0} + \frac{V_a}{R_0}$

Y aplicando la fórmula del convertidor, finalmente tenemos que:

$$V_o = -iR = \frac{-R}{R_0}V_c - \frac{R}{R_0}V_a = \frac{-R}{R_0}V_c + \frac{R}{R_0}(1+x)V = \frac{-R}{R_0}V_c + \frac{R}{R_0}V_c + \frac{R}{R_0}xV = \frac{R}{R_0}xV$$

6.5.3. CMRR del amplificador diferencial con AO no-ideal

Conviene resolverlo aplicando superposición.

Supongamos $V_1 = 0 \Rightarrow V_o = A_d(v_+ - v_-) + \frac{A_c}{2}(v_+ + v_-)$

En este caso tenemos dos ecuaciones, un simple divisor de tensión, y el bucle de realimentación del AO:

$$v_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2}V_2$$

$$\frac{-v_-}{R_1^*} = \frac{v_- - V_o}{R_2}$$